

CHƯƠNG TRÌNH DẠY HỌC

3.1. Cấu trúc chương trình

Cấu trúc chương trình đào tạo trình độ thạc sĩ chuyên ngành Đại số và Lý thuyết số được xây dựng theo hình thức đào tạo theo tín chỉ. Chương trình đào tạo có thời gian đào tạo tối đa 24 tháng được phân thành 4 học kỳ. Các học phần được phân loại theo dạng các học phần chung, các học phần cơ sở ngành bắt buộc, các học phần cơ sở ngành tự chọn, các học phần chuyên ngành bắt buộc, các học phần chuyên ngành tự chọn và luận văn tốt nghiệp. Số lượng tín chỉ của các nhóm học phần được mô tả trong Bảng 3.1.

Bảng 3.1. Cấu trúc chương trình dạy học

TT	Nhóm học phần	Tín chỉ			
		Số lượng	%	Bắt buộc	Tự chọn
1	Học phần chung	6	10%	6	0
2	Học phần cơ sở ngành	24	40%	12	12
3	Học phần chuyên ngành	15	25%	9	6
4	Luận văn tốt nghiệp	15	25%	15	0
Tổng		60	100%	42	18

3.2. Các học phần theo khối kiến thức

3.2.1. Các học phần chung

TT	Tên học phần	Số tín chỉ
Các học phần bắt buộc		
1	Triết học <i>Philosophy</i>	3
2	Tiếng Anh <i>English</i>	3
Tổng số tín chỉ:		6

3.2.2. Các học phần cơ sở ngành

TT	Tên học phần	Số TC
Các học phần bắt buộc		
1	Giải tích hàm	3

	<i>Functional Analysis</i>	
2	Đại số hiện đại <i>Modern Algebra</i>	3
3	Cơ sở hình học hiện đại <i>The base of modern Geometry</i>	3
4	Một số vấn đề hiện đại của lý luận dạy học môn Toán <i>Some modern problems of methodology on mathematical teaching</i>	3
Các học phần tự chọn (chọn 4 trong 8 học phần)		
1	Cơ sở xác suất hiện đại <i>Foundations of modern Probability</i>	3
2	Số học hiện đại <i>Modern Arithmetic</i>	3
3	Lý thuyết ổn định <i>Theory of Stability</i>	3
4	Lý thuyết Tôpô <i>Theory of Topology</i>	3
5	Lý thuyết tối ưu <i>Theory of Optimization</i>	3
6	Đại số tuyến tính nâng cao <i>Computer Algebra</i>	3
7	Các phương pháp toán sơ cấp <i>Methods of elementary Mathematics</i>	3
8	Lý thuyết độ đo <i>Theory of Measure</i>	3

3.2.3. Các học phần chuyên ngành

TT	Tên học phần	Số TC
Các học phần bắt buộc		
1	Lý thuyết nửa nhóm và nhóm <i>Semigroup Theory and group Theory</i>	3
2	Đại số giao hoán <i>Commutative Algebra</i>	3
3	Lý thuyết trường và lý thuyết số p-adic	3

	<i>Field theory and Galois theory</i>	
Các học phần tự chọn (chọn 2 trong 5 học phần)		
1	Hình học đại số <i>Algebraic geometry</i>	3
2	Đại số đồng điều <i>Homological Algebra</i>	3
3	Lý thuyết Galois <i>Galois theory</i>	3
4	Đại số máy tính <i>Computer Algebra</i>	3
5	Lý thuyết phạm trù <i>Category Theory</i>	3

3.2.4. Luận văn tốt nghiệp

- Số tín chỉ: 15

3.3. Mô tả học phần

3.3.1. Triết học

- *Mô tả học phần:* Học phần được kết cấu thành 11 chương, trình bày khái quát lịch sử triết học phương Đông, phương Tây và lịch sử triết học Mác - Lênin; trình bày các chuyên đề triết học.

- *Mục tiêu học phần:* Trang bị cho học viên thế giới quan, nhân sinh quan và phương pháp luận khoa học; xây dựng niềm tin, lý tưởng cách mạng; giúp người học vận dụng các kiến thức triết học để nhận thức và giải quyết các vấn đề thực tiễn xã hội, cũng như tiếp cận các khoa học chuyên ngành.

3.3.2. Tiếng Anh

- *Mô tả học phần:* Tiếng Anh là học phần cơ sở trong chương trình đào tạo thạc sĩ của tất cả các chuyên ngành và được bố trí giảng dạy trong học kỳ đầu của khoá đào tạo.

- *Mục tiêu học phần:* Cung cấp cho học viên những kiến thức về ngôn ngữ tiếng Anh, rèn luyện và phát triển kỹ năng giao tiếp, giúp cho học viên phương pháp học tiếng Anh có hiệu quả. Cụ thể là, sau khi kết thúc học phần, người học phải đạt được năng lực giao tiếp ở trình độ trung cấp (intermediate level hoặc bằng C), bao gồm tri thức về bình diện ngôn ngữ (ngữ âm, từ vựng, ngữ pháp), kiến thức hiểu biết về văn hoá các nước nói tiếng Anh và kỹ năng thực hành ngôn ngữ (nghe, nói, đọc,

viết), trong đó, kỹ năng đọc, hiểu, dịch phải ở mức thành thạo.

3.3.3. Giải tích hàm

- **Mô tả học phần:** Ở Đại học sinh viên đã được học không gian định chuẩn, không gian Banach, không gian Hilbert, các định lý cơ bản của giải tích hàm. Môn học này nhằm trang bị tiếp cho người học các kiến thức cơ bản về không gian các hàm liên tục, Định lý Stone-Weierstrass, Định lý Ascoli, phổ của toán tử tuyến tính liên tục và một số toán tử đặc biệt trong không gian Hilbert.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Học phần này nhằm trang bị tiếp cho người học các kiến thức về không gian các hàm liên tục, Định lý Stone-Weierstrass, Định lý Ascoli, phổ của toán tử tuyến tính liên tục và một số toán tử đặc biệt trong không gian Hilbert như toán tử compact, toán tử bị chặn, toán tử liên hợp, toán tử dương, toán tử chiếu, toán tử đẳng cự, toán tử Unitar, toán tử chuẩn tắc

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về không gian các hàm liên tục, Định lý Stone-Weierstrass, Định lý Ascoli, phổ của toán tử tuyến tính liên tục để giải các bài tập liên quan; Vận dụng các kiến thức của một số toán tử đặc biệt trong không gian Hilbert để giải các bài tập liên quan; Biết giải quyết một số bài toán sơ cấp nhờ vận dụng các kiến thức của Giải tích hàm.

Thái độ: Hiểu biết và nhận thức sâu sắc về mối liên hệ giữa một số kiến thức Giải tích hàm với một số kiến thức trong chương trình toán phổ thông.

3.3.4. Đại số hiện đại

- **Mô tả học phần:** Môn học này trang bị cho người học những kiến thức cơ bản về:

1. Một số lớp nhóm cơ bản: nhóm xyclic, nhóm tự do, nhóm aben tự do, nhóm hữu hạn, nhóm aben hữu hạn sinh;

2. Vành: đặc số của vành, idêan nguyên tố, idêan cực đại, vành các thương, trường các thương, vành đa thức; các tính chất của vành số nguyên $\mathbf{Z}$; sự xây dựng trường các số hữu tỷ $\mathbf{Q}$, trường các số phức $\mathbf{C}$; trường con nguyên tố, trường hữu hạn;

4. Môđun: các khái niệm cơ bản về môđun như: định nghĩa môđun, môđun con, môđun thương, đồng cấu môđun, các định lý đồng cấu, đẳng cấu, môđun các đồng cấu, tổng và tích trực tiếp các môđun, tích ten xơ của hai môđun;

5. Nhận biết một số lớp môđun: Môđun hữu hạn sinh, môđun đơn, môđun tự do, môđun nội xạ, môđun xạ ảnh;

6. Đại số: Đại số trên một vành; đại số trên một trường, đại số ten xơ, đại số

đối xứng, đại số ngoài.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Ở bậc đại học, học viên đã làm quen với các cấu trúc đại số cơ bản như nhóm, vành, trường, không gian vectơ, nhưng ở mức độ: nắm được khái niệm, ví dụ và các tính chất cơ bản. Học phần Đại số hiện đại nhằm giúp học viên tiếp cận những kiến thức sâu hơn về các cấu trúc đó và các cấu trúc khái quát hơn là môđun và đại số.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về các cấu trúc đại số cơ bản để giải các bài tập liên quan; Vận dụng các kiến thức của Đại số hiện đại để hiểu biết về khái niệm, sự xây dựng và các tính chất của vành các số nguyên $\mathbf{Z}$, trường các số hữu tỷ $\mathbf{Q}$, trường các số thực $\mathbf{R}$, trường các số phức $\mathbf{C}$, vành đa thức một biến, nhiều biến, không gian vectơ thực và phức; Biết giải quyết một số bài toán sơ cấp nhờ vận dụng các kiến thức của Đại số hiện đại.

Thái độ: Hiểu biết và nhận thức sâu sắc về các cấu trúc đại số đề cập đến trong chương trình toán phổ thông.

3.3.5. Cơ sở hình học hiện đại

- Mô tả học phần: Cơ sở hình học hiện đại trình bày các kiến thức ban đầu về đa tạp khả vi, là cơ sở để nghiên cứu nhiều ngành khác nhau của toán học hiện đại. Vì vậy nó là môn học được giảng dạy chung cho các lớp cao học ngành toán.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Cung cấp các khái niệm cơ bản về đa tạp khả vi, các yếu tố hình học trên đa tạp khả vi: trường vectơ, ánh xạ khả vi, một số kiến thức cơ bản về liên thông tuyến tính, dạng vi phân trên đa tạp khả vi.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về đa tạp khả vi và dạng vi phân trên đa tạp khả vi để giải các bài tập liên quan;

Thái độ: Hiểu biết và nhận thức sâu sắc về mối liên hệ giữa một số kiến thức Cơ sở hình học hiện đại với một số kiến thức trong chương trình toán phổ thông.

3.3.6. Một số vấn đề hiện đại của lý luận dạy học môn Toán

- Mô tả học phần: Chuyên đề này phục vụ chủ yếu cho các học viên cao học ngành toán có tham gia dạy học, quản lý giáo dục và nghiên cứu quá trình nhận thức tri thức toán học. Những kiến thức được trình bày trong chuyên đề này có tính phổ thông, chưa đi sâu những vấn đề chuyên môn của chuyên ngành Lý luận và phương pháp dạy học bộ môn toán. Do vậy nội dung có liên quan đến nhiều lĩnh vực ở một mức độ vừa phải, không mang tính hàn lâm.

- **Mục tiêu học phần:** Sau khi nghiên cứu chuyên đề này các học viên cần đạt được các mục tiêu sau:

Về kiến thức: Có được hiểu biết khái quát về lí luận quá trình nhận thức nói chung, quá trình học nói riêng; Có được hiểu biết khái quát về các học thuyết tâm lí học phát triển và các lí thuyết về dạy học dựa trên cơ sở các học thuyết tâm lí học đó; Nắm được các quan điểm lí luận hiện đại về dạy học môn toán.

Về kĩ năng: Vận dụng được các hiểu biết lí luận đó vào phân tích quá trình dạy học và thiết kế phương án dạy học môn toán. Có kĩ năng thực hành tổ chức quá trình nhận thức của học sinh trong tiết dạy học môn toán.

Về thái độ: Có ý thức vận dụng các kiến thức về lí luận dạy học vào thực tiễn công tác chuyên môn. Có thái độ đúng đắn trước vấn đề đổi mới phương pháp dạy học môn toán.

3.3.7. Cơ sở xác suất hiện đại

- **Mô tả học phần:** Dựa trên lý thuyết độ đo và tính phân, trình bày một cách chặt chẽ các khái niệm và tính chất cơ bản nhất của lý thuyết xác suất: Không gian xác suất; biến ngẫu nhiên; các biến ngẫu nhiên độc lập; kỳ vọng có điều kiện và martingale, các dạng hội tụ và một số định lý giới hạn.

- **Mục tiêu học phần:**

Kiến thức: Học phần Cơ sở lý thuyết xác suất nhằm giúp học viên tiếp cận những kiến thức của xác suất hiện đại được xây dựng một cách chặt chẽ dựa trên hệ tiên đề Kolmogorov.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về cơ sở lý thuyết xác suất hiện đại như không gian xác suất, tính độc lập, kỳ vọng và kỳ vọng có điều kiện, các dạng hội tụ của dãy các biến ngẫu nhiên,...; Vận dụng các kiến thức của lý thuyết xác suất hiện đại để giải một số bài tập về ánh xạ đo được và biến ngẫu nhiên, tính độc lập, các dạng hội tụ và một số các định lý giới hạn đối với dãy các biến ngẫu nhiên.

Thái độ: Hiểu biết và nhận thức sâu sắc về các kiến thức thuộc lĩnh vực xác suất được đề cập đến trong chương trình toán phổ thông.

3.3.8. Số học hiện đại

- **Mô tả học phần:** + Giới thiệu một hướng phát triển mới của Số học nhờ vai trò của sự tương tự giữa số nguyên và đa thức. Đó là Định lý Mason mà từ đó người ta thu được một tương tự của Định lý Fermat lớn và nhiều kết quả khác về đa thức trên một trường số phức. Định lý Mason đã gợi ý cho Giả thuyết ABC và cũng từ giả thuyết này ta có thể suy ra nhiều giả thuyết số học quan trọng khác.

+ Trình bày các khái niệm và kết quả mới về số nguyên tố, số giả nguyên tố, số giả nguyên tố mạnh, số Carmichael.

+ Giới thiệu tóm tắt Giả thuyết Shimura - Taniyama mà hệ quả của nó chính là “Định lý cuối cùng của Fermat” và sơ lược phép chứng minh giả thuyết này của Andrew Wiles.

+ Giới thiệu các khái niệm và các kết quả về căn nguyên thủy nhằm tìm hiểu các ứng dụng của Số học trong một lĩnh vực giải mã thông tin.

+ Sau các chương là hệ thống các bài tập hoặc các câu hỏi ôn tập vừa mang tính chất luyện tập và vừa góp phần mở rộng lý thuyết.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Trang bị cho học viên những kiến thức cơ sở chuyên sâu hơn về Lý thuyết số và Số học so với bậc đại học, để giúp họ có thể theo học về các chuyên ngành toán học khác nhau ở bậc sau đại học; Giới thiệu cho học viên những khái niệm, kết quả và ứng dụng thời sự của Số học trong các lĩnh vực toán học và các ngành khoa học kỹ thuật khác.

Kỹ năng: Rèn luyện cho học viên kỹ năng và các phương pháp tư duy số học.

Thái độ: Góp phần giúp họ vận dụng kiến thức Số học vào việc giải quyết các bài toán về Toán - Tin học, Kinh tế - Xã hội; Thực hành một số tính toán số học trên phần mềm Maple.

3.3.9. Lý thuyết ổn định

- Mô tả học phần: Lý thuyết ổn định toán học đã từ lâu khẳng định vai trò của nó trong khoa học tự nhiên. Việc nắm được nội dung cơ bản của lý thuyết ổn định toán học là yêu cầu cơ bản đối với học viên cao học. Môn học này làm rõ các vấn đề: Cơ sở khoa học của lý thuyết ổn định, các khái niệm cơ bản nhất của lý thuyết ổn định; hai phương pháp của Liapunov để giải quyết lý thuyết ổn định.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Học phần này nhằm trang bị cho người học các kiến thức về lý thuyết ổn định, những kiến thức cơ bản nhất về lý thuyết phương trình vi phân phức vụ cho việc học tập lý thuyết ổn định.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về lý thuyết ổn định để giải các bài tập liên quan.

Thái độ: Thấy được ứng dụng của Lý thuyết ổn định trong nhiều lĩnh vực khác nhau của toán học và trong các lĩnh vực khác.

3.3.10. Lý thuyết Tôpô

- **Mô tả học phần:** Đây là môn học cơ sở cho các ngành Toán học. Một số khái niệm và kết quả cơ bản của môn học này đã được học trong chương trình đại học. Trong chương trình đào tạo cao học ngành Toán, môn học này ngoài việc nhắc lại một số khái niệm và kết quả đã biết còn nhằm cung cấp thêm cho người học những khái niệm và kết quả mới, sâu hơn, các mối quan hệ giữa các khái niệm và kết quả đưa ra. Đồng thời cho người học một cách nhìn tổng quan, khái quát các kết quả đã biết.

- **Mục tiêu của học phần**

Kiến thức: Học phần này nhằm trang bị cho người học các kiến thức về tôpô đại cương, các tính chất của chúng, mối liên hệ giữa các khái niệm và kết quả được trình bày.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về tôpô đại cương, các tính chất của chúng để giải các bài tập liên quan.

Thái độ: Hiểu và nhận biết được về các con đường mở rộng, khái quát trong toán học, tạo cho người học có cách nhìn mới về những khái niệm và kết quả đã biết trong giải tích cổ điển và hình học.

3.3.11. Lý thuyết tối ưu

- **Mô tả học phần:** *Lý thuyết tối ưu* là bộ môn khoa học nghiên cứu các mô hình toán học có gắn kết với những vấn đề thực tế. Lý thuyết tối ưu, cùng với những kiến thức bổ trợ của nó (Giải tích lồi) vừa là bộ môn kiến thức cơ sở, vừa là bộ môn kiến thức nâng cao của toán học, nó có ảnh hưởng không chỉ với toán học ứng dụng, mà cả trong các vấn đề khác của toán học. Sau Lý thuyết Quy hoạch tuyến tính đã được học ở đại học, môn học Lý thuyết tối ưu, trong phạm vi chương trình này, nhằm trang bị cho học viên Cao học ngành Toán những kiến thức cơ bản về Giải tích lồi và ứng dụng giải lớp bài toán tối ưu, thông qua đó biết vận dụng, biết xử lý hoặc thực hành trên máy tính để giải các bài toán ứng dụng khi cần thiết.

- **Mục tiêu học phần:**

Kiến thức: Học phần này nhằm trang bị cho người học các kiến thức về cơ bản về tối ưu toàn cục.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về tối ưu toàn cục để giải các bài tập liên quan.

Thái độ: học viên Cao học ngành Toán những kiến thức cơ bản về Giải tích lồi và ứng dụng giải lớp bài toán tối ưu, thông qua đó biết vận dụng, biết xử lý hoặc thực hành trên máy tính để giải các bài toán ứng dụng khi cần thiết.

3.3.12. Đại số tuyến tính nâng cao

- **Mô tả học phần:** Trong lịch sử, Đại số tuyến tính khởi đầu gắn liền với việc giải các phương trình tuyến tính. Để nghiên cứu sâu sắc hơn cấu trúc của tập nghiệm và điều kiện để một hệ phương trình tuyến tính có nghiệm, người ta đã xây dựng những khái niệm trừu tượng hơn như không gian vectơ, ánh xạ tuyến tính. Đại số tuyến tính đã trở thành một môn học cơ sở cho việc đào tạo cử nhân sư phạm, kỹ sư thuộc các ngành khoa học tự nhiên và công nghệ, kỹ thuật và kinh tế trong tất cả các trường đại học trên thế giới. Tuy nhiên học phần Đại số tuyến tính ở bậc đại học chỉ ở mức độ giới thiệu cho người học các khái niệm, một số tính chất cơ bản và kỹ năng thực hành tính toán ứng dụng trong hình học, giải tích cổ điển, tin học. Vượt ra xa ngoài khuôn khổ của đại số tuyến tính cổ điển, các cấu trúc cấu trúc mới của đại số tuyến tính tìm được nhiều ứng dụng trong Cơ học và Vật lý, trong Hình học vi phân, Giải tích trên đa tạp và Lý thuyết biểu diễn nhóm. Học phần này nhằm bổ sung những kiến thức nâng cao về Đại số tuyến tính cho học viên sau đại học ngành toán.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Trang bị cho học viên những kiến thức và kỹ năng cơ bản về: cấu trúc của tự đồng cấu, không gian vectơ Euclid, dạng song tuyến tính, dạng toàn phương, bài toán phân loại dạng toàn phương, một số đường, mặt bậc hai cơ bản, phân loại đường, mặt bậc hai, bài toán phân tích Jordan cho ma trận lũy linh, ma trận kề và ma trận tùy ý, một số ứng dụng của phân tích Jordan.

Kỹ năng: Vận dụng các kiến thức đã học để giải các bài toán thuộc các lĩnh vực khác nhau như: phương trình vi phân tuyến tính, ứng dụng sự phân tích Jordan vào mô hình Leslie và chuỗi Markov để giải quyết các bài toán quản trị doanh nghiệp, kế toán, marketing, kỹ thuật,...

Thái độ: Thấy được ứng dụng của Đại số tuyến tính trong nhiều lĩnh vực khác nhau của toán học và trong các lĩnh vực khác.

3.3.13. Các phương pháp toán sơ cấp

- **Mô tả học phần:** Học phần này bao gồm các kiến thức về giải toán thuộc các chủ đề: Ánh xạ, bao gồm: biến hình, dãy số, hàm số, các cấu hình tổ hợp ...; Các nguyên lý giải toán sơ cấp, bao gồm: nguyên lý cực hạn, nguyên lý kẹp, nguyên lý Dirichle, nguyên lý quy nạp, . . . ; Lý thuyết chia, bao gồm: Tính chia hết, đồng dư, nhân tử hóa, . . . ; Vectơ: phép toán vectơ và ứng dụng trong giải toán hình học và giải các bài toán thực tế; Bất đẳng thức và cực trị, bao gồm: bất đẳng thức hình học, bất đẳng thức đại số, bất đẳng thức tích phân,

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Trang bị cho người học một số tri thức phương pháp về giải toán sơ cấp, tri thức về vận dụng các phương pháp toán sơ cấp.

Kỹ năng: Rèn luyện các kỹ năng định hướng tìm lời giải các dạng toán sơ cấp nâng, kỹ năng thực hiện các bước chuyển hóa sự phạm từ tri thức và phương toán học cao cấp vào giải quyết các vấn đề toán phổ thông; kỹ năng vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn dạy học và giáo dục học sinh thông qua giải toán sơ cấp.

Thái độ: Có ý thức trau dồi kỹ năng dạy học và năng lực giáo dục học sinh thông qua dạy học giải toán, phát triển trí tuệ học sinh thông qua hoạt động giải toán.

3.3.14. Lý thuyết độ đo

- Mô tả học phần: Đây là môn học cơ sở của ngành Toán, trình bày những những vấn đề cơ bản của lý thuyết độ đo như: Độ đo, mở rộng độ đo, độ đo Lebesgue, độ đo Haar; trình bày những vấn đề cơ sở của lý thuyết độ đo hình học: Độ đo Hausdorff; trình bày những kết quả căn bản của lý thuyết độ đo: Định lý Radon-Nykodim, Định lý biểu diễn Riesz.

- Mục tiêu học phần:

Kiến thức: Học phần này nhằm trang bị cho người học các kiến thức về lý thuyết độ đo, mở đầu về lý thuyết độ đo hình học.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức về độ đo, tích phân để giải các bài tập liên quan.

Thái độ: Hiểu biết và nhận thức sâu sắc về mối liên hệ giữa một số kiến thức độ đo và tích phân với một số kiến thức trong chương trình toán phổ thông.

3.3.15. Lý thuyết nửa nhóm và nhóm

- Mô tả học phần: Học viên đã được làm quen với Lý thuyết nửa nhóm và Lý thuyết nhóm ở bậc đại học, và đã được trang bị thêm những kiến thức liên quan đến hai lý thuyết này khi học môn Đại số hiện đại (bậc sau đại học). Do đó, khi dạy môn này cần đi sâu vào một số vấn đề trọng tâm và có tính chất thời sự để tạo điều kiện cho học viên có thể đọc thêm được các tài liệu hoặc các bài báo mới xuất hiện trên các tạp chí chuyên ngành liên quan, từ đó có thể chọn đề tài thích hợp cho luận văn tốt nghiệp của mình và biết vận dụng một cách sáng tạo các kiến thức đã học của học phần này để giải quyết các vấn đề trong chương trình toán của bậc trung học phổ thông.

- Mục tiêu học phần: Sau khi nghiên cứu chuyên đề này các học viên cần đạt được các mục tiêu sau:

Về kiến thức: Học viên cần nắm vững các vấn đề chính của Lý thuyết nửa nhóm: tương đẳng và các idêan trên nửa nhóm. Biểu diễn của nửa nhóm và biểu diễn của nhóm; khái niệm về nhóm Lie và cấu trúc của một số nhóm Lie đặc biệt; khái niệm về nhóm tôpô và một số lớp nhóm tôpô đặc biệt.

Về Kỹ năng: Nắm vững các kỹ thuật cơ bản về nửa nhóm và nhóm như xây dựng tương đẳng trên một số lớp nhóm, mô tả các nửa nhóm và các nhóm cơ bản dựa trên cấu trúc thương hay biểu diễn bởi ma trận; có kỹ năng mô tả các biểu diễn của nửa nhóm và nhóm; mô tả được nhóm Lie và đại số Lie tương ứng đối với một số nhóm Lie đặc biệt; vận dụng thành thạo và sáng tạo các kỹ năng về nửa nhóm và nhóm để giải quyết các vấn đề liên quan.

Về thái độ: Học viên biết vận dụng kiến thức lý thuyết nửa nhóm và lý thuyết nhóm vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

3.3.16. Đại số giao hoán

- **Mô tả học phần:** Đại số giao hoán là một nhánh của Đại số, chuyên nghiên cứu về các vành giao hoán, các idêan và môđun trên vành giao hoán. Nó ra đời nhằm giải quyết các vấn đề nội tại của Lý thuyết bất biến, Lý thuyết số, và đặc biệt là Hình học. Ngày nay, có thể nói Đại số giao hoán cung cấp các cơ sở đại số cho hai lĩnh vực quan trọng của toán học là Hình học đại số và Lý thuyết số đại số. Bên cạnh đó, Đại số giao hoán còn có mối quan hệ mật thiết với các lĩnh vực khác của toán học như Đại số đồng điều, Đại số máy tính, Tổ hợp, Nội dung của học phần này gồm 3 chương. Chương 1: Vành giao hoán và idêan, Chương 2: Vành và môđun Noether, Chương 3: Phân tích nguyên sơ. Học viên học học phần này để làm cơ sở cho các học phần kế tiếp: Hình học đại số, Đại số đồng điều, Đại số máy tính, Lý thuyết phạm trù.

- **Mục tiêu học phần:** Nghiên cứu xong chuyên đề này học viên cần đạt được:

Kiến thức: Sau khi học xong học phần này, học viên cần nắm được các kiến thức sau:

+ Các kiến thức cơ bản về vành giao hoán, idêan trong vành giao hoán, vành địa phương, vành và môđun địa phương hóa, vành đa thức, vành các chuỗi lũy thừa hình thức, tính chất của môđun hữu hạn sinh, khái niệm độ dài của môđun, môđun phẳng.

+ Hai lớp vành và môđun quan trọng trong Đại số giao hoán là vành và môđun Noether và vành và môđun Artin. Mối liên hệ giữa các lớp vành và môđun này.

+ Khái niệm ideal nguyên tố liên kết, giá của môđun, sự phân tích nguyên sơ của môđun Noether và ideal trong vành Noether, vận dụng để tìm sự phân tích nguyên sơ của ideal đơn thức trong vành đa thức.

Kỹ năng: Vận dụng thành thạo các kiến thức cơ bản về Đại số giao hoán để giải các bài tập liên quan.

Thái độ: Học viên biết vận dụng kiến thức Đại số giao hoán vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

3.3.17. Lý thuyết trường và lý thuyết số p -adic

- **Mô tả học phần:** Nội dung chủ yếu của môn học gồm:

+ Lý thuyết trường: Trong phần này của môn học có các nội dung chính sau: Trường các thương; trường nguyên tố; trường phân rã của đa thức; mở rộng trường; mở rộng đơn; mở rộng đại số; mở rộng siêu việt; mở rộng tách được; mở rộng chuẩn tắc; trường hữu hạn; trường hoàn chỉnh; trường chia đường tròn.

+ Lý thuyết số p -adic: Trang bị cho học viên những kiến thức cơ sở và chuyên sâu về số p -adic; Giới thiệu cho học viên những kết quả thời sự về Lý thuyết số p -adic và ứng dụng của chúng trong Đại số, Số học, Giải tích, Hình học đại số; Rèn luyện cho học viên kỹ năng và các phương pháp tư duy số học thuộc ngành Giải tích số p -adic.

- **Mục tiêu học phần:** Sau khi nghiên cứu chuyên đề này, học viên cần đạt được các mục tiêu sau đây:

+ *Về kiến thức và kỹ năng:* Đại số hiện đại là một khoa học nghiên cứu sâu về các cấu trúc đại số trừu tượng, trong đó trường là một cấu trúc đại số cơ bản có nhiều ứng dụng sâu sắc trong các lĩnh vực khác nhau của khoa học. Trong toán học những lý thuyết đẹp nổi bật được hình thành trong thế kỷ XIX và phát triển trong hai thế kỷ tiếp theo, có liên quan chặt chẽ với nhau là Lý thuyết trường, Lý thuyết Galois và Lý thuyết số p -adic. Vì vậy mục tiêu của học phần sẽ là:

* Giới thiệu các kiến thức về lý thuyết trường định chuẩn (trường metric). Định lý Ostrowski mô tả hết các chuẩn không tầm thường trên trường số hữu tỉ $\mathbb{Q}$, khẳng định rằng trên $\mathbb{Q}$ chỉ có hai kiểu chuẩn (sai khác nhau một tương đương) là: Chuẩn giá trị tuyệt đối và chuẩn p -adic. Do đó, chỉ có hai hướng mở rộng $\mathbb{Q}$ thành trường đầy đủ như sau: Nếu xuất phát từ $\mathbb{Q}$ theo chuẩn giá trị tuyệt đối $|\cdot|_\infty$ thì bằng phương pháp Cantor người ta sẽ xây dựng được trường số thực $\mathbb{R}$ là bổ sung đầy đủ của $\mathbb{Q}$ (trường $\mathbb{Q}$ là trường đầy đủ bé nhất chứa trường $\mathbb{Q}$). Nếu xuất phát từ $\mathbb{Q}$ theo

chuẩn p -adic $|\cdot|_p$ thì cũng bằng phương pháp Cantor người ta thu được trường các số p -adic $\mathbb{Q}_p$ là mở rộng đầy đủ của $\mathbb{Q}$.

* Trường các số p -adic $\mathbb{Q}_p$ lần đầu tiên được đưa vào toán học bởi nhà toán học người Đức K. Hensel vào cuối thế kỷ XIX. Trường số $\mathbb{Q}_p$ được trình bày trong Lý thuyết số p -adic được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Những nghiên cứu cơ bản đầu tiên trên số p -adic được tiến hành bởi nhiều nhà toán học, thuộc về ngành giải tích p -adic: Các phép tính vi phân, phương trình vi phân, tích phân, các hàm giải tích, biến đổi Fourier, lý thuyết nhóm, lý thuyết Nevanlinna... Một trong những vấn đề được các nhà khoa học đặc biệt chú ý đến gần đây là ứng dụng các số p -adic vào vật lý học và nhiều lĩnh vực khoa học khác. Các số p -adic bổ sung cho các số hữu tỷ, số thực, số phức. Các số p -adic dẫn đến metric không Archimedean và nó thích hợp cho sự mô tả không gian và thời gian rời rạc. Cùng với vẻ đẹp và ứng dụng của toán học, các số p -adic đã trở thành một công cụ hữu hiệu giúp các nhà vật lý mô tả chính xác hơn thế giới khách quan trong nhiều lĩnh vực từ vi mô đến vĩ mô: Cơ học lượng tử, lý thuyết dây, môi trường đông đặc, vũ trụ học và khoa học nhận thức.

+ *Về thái độ*: Học viên biết vận dụng kiến thức lý thuyết trường và lý thuyết số p -adic vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

3.3.18. Hình học đại số.

- **Mô tả học phần**: Học phần này nhằm trang bị cho học viên những kiến thức cơ bản về:

1. Nguồn gốc ra đời và lịch sử phát triển của Hình học đại số.
2. Đa tạp affine và không gian affine: các khái niệm, tính chất cơ bản như: tập đại số, đa tạp affine, Định lý cơ sở Hilbert, Định lý không điểm Hilbert, các tương ứng giữa ideal và đa tạp affine, đa tạp bất khả quy, phân tích đa tạp thành hợp các đa tạp bất khả quy.
3. Ánh xạ hữu tỷ trên đa tạp: giới thiệu các kiến thức cơ sở về vành tọa độ, cấu xạ, hàm chính quy, ánh xạ hữu tỷ.
4. Đa tạp xạ ảnh và không gian xạ ảnh: giới thiệu các khái niệm và tính chất cơ bản về tập đại số trong không gian xạ ảnh, đa tạp xạ ảnh, vành tọa độ thuần nhất, hình học của các siêu mặt bậc hai và Định lý Bezout.
5. Chiều của các đa tạp: giới thiệu các kiến thức về chiều của đa tạp affine và đa tạp xạ ảnh, đồng thời liên hệ các kiến thức này với chiều Krull và phụ thuộc đại số của các đại số trên các vành đa thức.

6. Hệ thống các bài tập và câu hỏi sau các chương để củng cố kiến thức và rèn luyện các kỹ năng của học phần.

- **Mục tiêu học phần:** Sau khi nghiên cứu chuyên đề này, học viên cần đạt được các mục tiêu sau đây:

Về kiến thức: Học phần này nhằm giúp học viên tiếp cận các kiến thức cơ sở, các khái niệm và định lý mở đầu của Hình học đại số như: Tập đại số, tương ứng giữa tập đại số và Ideale, Tôpô Zarisky, Định lý về cơ sở của Hilbert, Định lý không điểm của Hilbert, Không gian Affine và Đa tạp Affine, vành tọa độ, chiều của đa tạp affine, cấu xạ, ánh xạ hữu tỷ, không gian xạ ảnh và đa tạp xạ ảnh, định lý Bézout. Từ đó có thể hiểu và nhận thức được sự tương ứng giữa các đối tượng, các quan hệ trong Hình học với các cấu trúc, các tính chất trong đại số và một số ứng dụng.

Về kỹ năng: Vận dụng được các kiến thức của Hình học đại số để thực hiện được một số kỹ năng tính toán cụ thể như: tìm tập đại số, phân tích đa tạp thành các thành phần bất khả quy, tính chiều đa tạp, tìm vành tọa độ, xây dựng một cấu xạ, ánh xạ hữu tỷ; Phân tích, chuyển đổi được một số đối tượng, quan hệ trong hình học phổ thông sang các cấu trúc, tính chất của các ideale, các đại số trên vành đa thức.

Về thái độ: Học viên biết vận dụng kiến thức Hình học đại số vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

3.3.19. Đại số đồng điều

- **Mô tả học phần:** Đây là học phần được học sau học phần Đại số giao hoán. Các khái niệm và một số tính chất về môđun, đặc biệt là môđun nội xạ và môđun xạ ảnh, môđun phẳng, ... cần thiết cho học phần Đại số đồng điều. Đại số đồng điều nghiên cứu các hàm tử đồng điều và các cấu trúc đại số. Các phương pháp của Đại số đồng điều đóng vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu Đại số giao hoán, Hình học đại số, Lý thuyết số, Lý thuyết vành, ...

- **Mục tiêu học phần:** Sau khi học xong môn học, học viên đạt được những yêu cầu sau:

+ Nắm được các khái niệm và các tính chất cơ bản của phạm trù, hàm tử, phạm trù các phức, các hàm tử Tenxơ, hàm tử Hom, hàm tử Tor, hàm tử Ext và các ứng dụng, hàm tử đối đồng điều địa phương.

+ Nắm được các phương pháp của Đại số đồng điều để áp dụng vào việc nghiên cứu Đại số giao hoán và các môn học khác.

3.3.20. Lý thuyết Galois

- **Mô tả học phần:** Lý thuyết Galois đã tạo ra một bước tiến quan trọng trong

phương pháp để cuối thế kỷ XX nhân loại đã chinh phục được Định lý cuối cùng của Fermat với sự kiện hoàn thành chứng minh Bổ đề Shimura - Taniyama bởi Andrew Wiles. Nguồn gốc của Lý thuyết Galois là vấn đề giải phương trình đại số bằng căn thức mà thực chất của nó là mở rộng trường bằng cách ghép thêm liên tiếp những căn thức. Thành tựu của Galois (1811-1832) là đã chuyển vấn đề này thành nội dung của lý thuyết nhóm. Ý tưởng cơ bản của Galois là cho tương ứng mỗi phương trình đại số với một nhóm hữu hạn, sau này được gọi là nhóm Galois của phương trình đó. Tính chất giải được của nhóm Galois này xác định tính giải được bằng căn thức của phương trình.

- **Mục tiêu học phần:** Lý thuyết Galois là một lý thuyết toán học hấp dẫn, bởi nó đã trả lời đầy đủ cho các câu hỏi: Khi nào một phương trình đa thức giải được bằng căn thức? Khi nào một hình có thể dựng được bằng thước kẻ và compa? Lý thuyết Galois là giao của nhiều lĩnh vực: Đại số, Số học, Lý thuyết số, Lý thuyết nhóm, Hình học, Giải tích. Đối tượng hướng tới của học phần này là những học viên sau đại học (thạc sĩ và tiến sĩ) ngành Toán thuộc chuyên ngành Đại số và Lý thuyết số và những người quan tâm đến Lý thuyết Galois. Học phần này nhằm hướng tới các mục tiêu cơ bản sau: trang bị cho học viên những kiến thức nền tảng để đi đến Lý thuyết Galois; giới thiệu cho học viên những kết quả quan trọng của Lý thuyết Galois; giúp học viên nắm được những ứng dụng đặc sắc của Lý thuyết Galois.

Với tất cả các lý do đã nói ở trên, học phần này nhằm hệ thống lại một số khái niệm và kết quả cơ bản có liên quan đến Lý thuyết Galois cùng với những ứng dụng khác nhau về các phương diện đại số, số học, hình học.

3.3.21. Đại số máy tính

- **Mô tả học phần:** Học phần này trang bị cho học viên những kiến thức cơ bản về:

1. Nguồn gốc ra đời và lịch sử phát triển của Đại số máy tính.
2. Cơ sở Groebner: giới thiệu các khái niệm, tính chất về thứ tự từ, idêan khởi đầu, cơ sở Groebner, thuật toán chia Euclid và thuật toán Buchberger.
3. Ứng dụng của cơ sở Groebner trong Đại số giao hoán: giới thiệu một số ứng dụng của cơ sở Groebner trong lý thuyết idêan của đại số giao hoán và việc giải các hệ phương trình đa thức.
4. Ứng dụng của cơ sở Groebner trong hình học và lý thuyết mã như bài toán lập và giải mã sửa sai, mã Reed-Solomon.

5. Giới thiệu một số phần mềm Đại số máy tính phổ biến như phần mềm Maple, phần mềm CoCoA và phần mềm Macaulay2.

6. Hệ thống các bài tập và câu hỏi sau các chương để củng cố kiến thức và rèn luyện các kỹ năng của học phần.

- **Mục tiêu học phần** Sau khi nghiên cứu chuyên đề này, học viên cần đạt được các mục tiêu sau đây:

Về kiến thức: Học phần này nhằm giúp học viên tiếp cận các khái niệm, tính chất và thuật toán của Đại số máy tính như: thứ tự từ, idêan khởi đầu, Cơ sở Groebner, thuật toán chia, thuật toán Buchberger, một số ứng dụng của cơ sở Groebner như: các thuật toán cơ bản trong lý thuyết idêan, căn của idêan và cách giải một hệ phương trình đa thức, ứng dụng trong chứng minh định lý Hình học, một số bài toán lập và giải mã sửa sai, Groebner fan và khái niệm mở đầu của Hình học Tropical. Từ đó học viên có thể tự tìm hiểu được một số ứng của Đại số máy tính trong tính toán các ví dụ, các bài toán phổ thông.

Về kỹ năng: Vận dụng được các kiến thức của Hình học đại số để thực hiện được một số kỹ năng tính toán cụ thể của Đại số máy tính như: tìm idêan khởi đầu, tìm cơ sở Groebner của một idêan, tính toán các ví dụ cụ thể ứng với các thuật toán. Bước đầu biết cách sử dụng các phần mềm đại số máy tính để tính toán như: Maple, Macaulay2, CoCoA,...

Về thái độ: Học viên biết vận dụng kiến thức Đại số máy tính vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.

3.3.22. Lý thuyết phạm trù

- **Mô tả học phần:** *Lý thuyết phạm trù* là một trong những lý thuyết có ảnh hưởng sâu sắc đến sự phát triển của Toán học hiện đại vào những năm của thế kỷ hai mươi. Tiếc rằng do những nguyên nhân khách quan, sinh viên bậc đại học hiện nay chưa được học môn này. Do đó, cần phải dạy môn này một cách thông thả, chi tiết, kỹ lưỡng. Đồng thời phải có tài liệu cho học viên tự đọc trước những phần khó, cũng như những phần giảng viên không trực tiếp lên lớp được do hoàn cảnh thời gian. Mặc dù là môn tự chọn, nhưng môn này có thể dạy sau khi các học viên đã học các môn chung.

- **Mục tiêu học phần:** Sau khi học xong môn này, học viên cần đạt được các mục tiêu sau đây:

Về kiến thức: Học viên cần nắm vững khái niệm phạm trù và một số phạm trù liên quan đến đại số: phạm trù các nhóm, phạm trù các nhóm Aben, phạm trù

các môđun... cùng những khái niệm liên quan: vật phổ dụng, hạt nhân và đối hạt nhân, ảnh và đối ảnh, tích và đối tích, tích thớ và tổng thớ... Đồng thời, học viên cần nắm vững khái niệm hàm tử và những kiến thức liên quan: phép biến đổi tự nhiên, hàm tử liên hợp, giới hạn...

Về kỹ năng: Giải được các bài tập liên quan đến phạm trù và hàm tử tương đối đơn giản.

Về thái độ: Học viên biết vận dụng kiến thức Lý thuyết phạm trù vào công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học.