

BỘ ĐỀ THI: GIẢI TÍCH SỐ
THỜI GIAN THI: 90 Phút

(Dành cho hệ vừa học vừa làm ngành Sư phạm Toán)

I. Nhóm các câu 5 điểm

Câu 1 (5 điểm) Cho phương trình

$$\sqrt[3]{-3x^2 + 11x - 7} - x + 1 = 0.$$

- 1) Chứng minh rằng $[0, 1]$ là một khoảng cách ly nghiệm của phương trình.
- 2) Tìm nghiệm gần đúng của phương trình trên $[0, 1]$ bằng phương pháp dây cung với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-6}$.
- 3) Chỉ ra quy luật hội tụ của dãy nghiệm xấp xỉ về nghiệm đúng của của phương trình trên đoạn $[0, 1]$ có được từ ý 2). Phát biểu cho trường hợp tổng quát.

Câu 2. (5 điểm) Cho phương trình

$$x^3 - 10x + 5 = 0.$$

- 1) Chứng minh rằng $[0, 1]$ là một khoảng cách ly nghiệm của phương trình.
- 2) Tìm nghiệm gần đúng của phương trình trên đoạn $[0,1]$ bằng phương pháp lặp đơn với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-5}$.
- 3) Tìm số bước lặp tối thiểu để nghiệm gần đúng có được bằng phương pháp lặp đơn trên $[0, 1]$ với hàm lặp và x_0 được chọn như ý 2) có sai số không vượt quá $\varepsilon = 10^{-10}$.

Câu 3. (5 điểm) Cho phương trình

$$x^3 - 8x + 7 = 0.$$

- 1) Chứng minh rằng phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\xi_1 < \xi_2 < \xi_3$.
- 2) Tìm nghiệm gần đúng của phương trình trên $[0, 1]$ bằng phương pháp lặp tiếp tuyến với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-8}$.
- 3) Chỉ ra quy luật hội tụ của dãy nghiệm xấp xỉ về nghiệm đúng của của phương trình trên đoạn $[0, 1]$ có được từ ý 2). Phát biểu cho trường hợp tổng quát.

II. Nhóm câu 3 điểm

Câu 1 (3 điểm) 1) Dùng đa thức nội suy, biểu diễn phân thức sau thành tổng của các phân thức đơn giản (dạng $\frac{a}{bx+b}$):

$$A(x) = \frac{x^2+2}{2x^4-3x^3-4x^2+3x+2}.$$

2) Sử dụng đa thức nội suy tính tổng

$$S(n) = 1.2 + 2.3 + \dots + n.(n+1).$$

Câu 2 (3 điểm) 1) Dùng đa thức nội suy, biểu diễn phân thức sau thành tổng của các phân thức đơn giản (dạng $\frac{a}{bx+b}$):

$$A(x) = \frac{1}{2x^4-3x^3-4x^2+3x+2}.$$

2) Sử dụng đa thức nội suy tính tổng

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2.$$

Câu 3 (3 điểm) 1) Dùng đa thức nội suy, biểu diễn phân thức sau thành tổng của các phân thức đơn giản (dạng $\frac{a}{bx+b}$):

$$A(x) = \frac{x^2+x+1}{2x^4-3x^3-4x^2+3x+2}.$$

2) Sử dụng đa thức nội suy tính tổng

$$S(n) = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3.$$

III. Nhóm câu 2 điểm

Câu 1(2 điểm). Không sử dụng phép khai căn tìm giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{13}$ với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-8}$.

Câu 2(2 điểm). Không sử dụng phép khai căn tìm giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{5}$ với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-8}$.

Câu 1(2 điểm). Không sử dụng phép khai căn tìm giá trị gần đúng của $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ với sai số không quá $\varepsilon = 10^{-8}$.