

CỘNG HOÀ XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

BẢN NHẬN XÉT LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Tên đề tài luận án: **Lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích cho một số lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên với hệ số không chính quy**

Của Nghiên cứu sinh: Kiều Trung Thủy

Ngành đào tạo: Lý thuyết xác suất và thống kê toán học Mã số: 9460112.02

Họ và tên người nhận xét: Nguyễn Thanh Diệu

Chức danh khoa học: Phó Giáo sư Năm công nhận: 2019

Học vị: Tiến sĩ Năm bảo vệ: 2013

Cơ quan công tác: Trường Đại học Vinh

Điện thoại liên hệ: 0913.007.332 E-mail: dieunt@vinhuni.edu.vn

NỘI DUNG NHẬN XÉT

1. Tính cấp thiết, thời sự, ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài luận án

Chúng ta biết rằng hầu hết phương trình vi phân ngẫu nhiên không có công thức nghiệm hiển. Bài toán giải số các phương trình vi phân là một vấn đề phát sinh rất tự nhiên để giải quyết những khó khăn đó. Phương pháp xấp xỉ Euler-Mauyama xấp xỉ nghiệm của phương trình vi phân ngẫu nhiên với nhiễu trắng được quan tâm nghiên cứu từ năm 1955, bởi Nhà toán học người Nhật bản Gisiro Maruyama, từ đó chủ đề này thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà toán học có thể thấy trong cuốn sách khá nổi tiếng của Kloeden P.E., Platen E. (1992), và nhiều tài liệu tham khảo khác, rất nhiều lớp các phương trình vi phân ngẫu nhiên được quan tâm nghiên cứu. Ban đầu, người ta quan tâm nghiên cứu lược đồ xấp xỉ đối với lớp các phương trình có hệ số đủ tốt như Lipchitz toàn cục, tăng trưởng không quá tuyến tính. Tuy nhiên, thực tế có nhiều phương trình có hệ số không thỏa mãn các tính chất tốt như vậy chẳng hạn như phương trình có hệ số thỏa mãn điều kiện liên tục Holder, tăng quá tuyến tính, .v.v. Trong trường hợp đó, phương pháp xấp xỉ Euler-Mauyama cổ điển không còn đúng nữa theo nghĩa nghiệm số có được từ lược đồ Euler-Mauyama cổ điển không hội tụ về nghiệm đúng của phương trình. Để khắc phục điều đó các nhà toán học tìm cách cải tiến lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama bằng các phương pháp như hiệu chỉnh/không chế tương thích các hệ số của hệ xấp xỉ (Hutzenthaler M. và cộng sự (2012)), phương pháp chặt cụt (Mao X. (2015)) để thu được dãy nghiệm xấp xỉ hội tụ về nghiệm đúng của phương trình.

Ngoài ra, việc nghiên cứu lược đồ giải nghiệm số của phương trình trên khoảng thời gian vô hạn cũng thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà toán học trong vòng 30 gần đây (Saito Y., et.al. (1996), Higham D. J., et.al. (2003), Hutzenthaler M., et.al. (2011), Mao X., et. al. (2013), Szpruch L. et.al. (2018), nhóm của PGS. TS. Ngô Hoàng Long trong những

năm gần đây). Các nghiên cứu này phù hợp với việc nghiên cứu các dáng điệu tiệm cận của nghiệm phương trình và các ứng dụng khác trong thực tiễn.

Một khía cạnh khác, chúng ta biết rằng, phương trình vi phân ngẫu nhiên với nhiễu trắng thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà toán học, lớp các phương trình này được sử dụng để mô tả được các mô hình với nhiễu liên tục. Tuy nhiên, trong thực tế, có rất nhiều yếu tố ngẫu nhiên có tính cục bộ tác động vào mô hình như động đất, sóng thần, v.v. tác động làm thay đổi lớn của trạng thái mô hình. Trong trường hợp đó, lớp các phương trình vi phân chỉ có nhiễu trắng không còn phù hợp để mô hình hóa các mô hình thực tế. Do đó, một cách tự nhiên, người ta cần mở rộng nghiên cứu lớp các phương trình vi phân ngẫu nhiên có bước nhảy. Lớp các phương trình này được quan tâm nghiên cứu từ những năm 80 của thế kỷ XX, đến nay đã có nhiều nghiên cứu và ứng dụng trong các lĩnh vực khác nhau. Một cách tự nhiên, việc nghiên cứu lược đồ giải nghiệm số cho lớp các phương trình với bước nhảy là một bài toán cần thiết và thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà toán học trong những năm gần đây (Higham D.J., Kloeden P.E. (2005, 2007), Dareiotis K., et.al. (2016), Kumar C., et.al. (2017) Deng S., et.al (2019), Chen Z., et. al. (2019, 2020), C., Chen Z. (2021) và nhóm của PGS.TS. Ngô Hoàng Long trong những năm gần đây.

Tiếp nối các hướng nghiên cứu này, đề tài luận án “**Lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích cho một số lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên với hệ số không chính quy**” của NCS Kiều Trung Thủy đã tập trung nghiên cứu lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích cho một số lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên với bước nhảy Lévy có các hệ số Lipchitz địa phương, tăng trưởng đa thức và liên tục Holder. Ngoài ra Luận án còn tập trung nghiên cứu lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích cho lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên quan trọng McKean-Vlasov với nhiễu Lévy có hệ số không chính quy. Các kết lược đồ xấp xỉ cho cả trường hợp thời gian trên đoạn hữu hạn và trường hợp khoảng thời gian vô hạn.

Với kết quả đạt được, người nhận xét cho rằng đề tài luận án là cấp thiết, thời sự, ý nghĩa khoa học và thực tiễn.

2. Sự không trùng lặp của đề tài nghiên cứu so với các công trình, luận văn, luận án đã công bố ở trong và ngoài nước; tính trung thực, rõ ràng và đầy đủ trong trích dẫn tài liệu tham khảo;

Qua nghiên cứu các vấn đề liên quan đến luận án, các tài liệu tham khảo dụng trong luận án, người nhận xét cho rằng kết quả chính của đề tài luận án không trùng lặp với các công trình, luận văn, luận án đã công bố ở trong và ngoài nước. Việc sử dụng các kết quả đã có để đưa vào luận án được tác giả trích dẫn rõ ràng chính xác.

3. Mức độ tổng quan các vấn đề lí luận của đề tài

Luận án giải quyết một vấn đề khó, đang có tính thời sự, giải quyết được nhiều vấn đề liên quan. Các lý luận đề dẫn đến vấn đề nghiên cứu có tính logics chặt chẽ. Các chứng minh kết quả chính khá chi tiết và có tính ligics, chính xác về mặt khoa học.

4. Sự phù hợp giữa tên đề tài với nội dung, giữa nội dung với chuyên ngành và mã số chuyên ngành

Tên đề tài phản ánh đúng nội dung chính của luận án, nội dung luận án phù hợp với ngành đào tạo Lý thuyết xác suất và thống kê toán học, Mã số: 9460112.02.

5. Độ tin cậy và tính hiện đại của phương pháp đã sử dụng để nghiên cứu

Thông qua việc nghiên cứu luận án, người nhận xét cho rằng để đạt được các kết quả của luận án, các tác giả đã nghiên cứu vận dụng các kết quả trước đó và cải tiến kỹ thuật để chứng minh các kết quả mới, các kết quả là sự mở rộng các kết quả đã có trước đó. Do đó phương pháp nghiên cứu được cho là hiện đại, đáng tin cậy.

6. Kết quả nghiên cứu mới của tác giả; đóng góp mới cho sự phát triển khoa học chuyên ngành; đóng góp mới phục vụ sản xuất, kinh tế, xã hội, an ninh, quốc phòng và đời sống. Ý nghĩa khoa học, giá trị và độ tin cậy của những kết quả đó.

Nội dung của Luận án trình bày trong 3 chương. **Chương 1.** Tác giả đã trình bày các về các tính toán ngẫu nhiên liên quan đến tích phân ngẫu nhiên, công thức Itô, phương trình vi phân ngẫu nhiên với chuyển động Brown và phương trình vi phân ngẫu nhiên với bước nhảy Lévy, cuối chương các tác giả đã trình bày một số kết quả đã biết về lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama cổ điển và lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích xấp xỉ nghiệm của các lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên với nhiễu trắng. **Chương 2.** Tác giả tập trung trình bày về lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích xấp xỉ nghiệm của các lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên với cả nhiễu trắng và nhiễu Lévy có các hệ số không chính quy cho cả thời gian hữu hạn và vô hạn. **Chương 3.** Tác giả tập trung trình bày về lược đồ xấp xỉ Euler-Mauyama không chế tương thích xấp xỉ nghiệm của lớp phương trình vi phân ngẫu nhiên nhiều chiều McKean-Vlasov với cả nhiễu trắng và nhiễu Lévy có các hệ số không chính quy cho cả thời gian hữu hạn và vô hạn. Các kết quả trình bày trong luận án là sự mở rộng kết quả của tác giả thực hiện luận án và cộng sự trước đó và [Fang W., et.al. (2020), *Ann. Appl. Probab.* 30(2), pp. 526{560}]. Do đó, các kết quả là mới có ý nghĩa khoa học, có giá trị và độ tin cậy cao, góp phần làm phong phú kết quả nghiên cứu về nghiên cứu lý thuyết phương trình vi phân ngẫu nhiên.

7. Ưu điểm và nhược điểm về nội dung, kết cấu và hình thức của luận án

Nội dung nghiên cứu của luận án là phần kiến thức chuyên sâu, khó của lĩnh vực nghiên cứu về nghiệm số của phương trình vi phân ngẫu nhiên, nội dung phong phú, phù hợp với ngành đào tạo, cấu trúc và hình thức trình bày luận án hợp lý, bố cục chặt chẽ, luận án được viết bằng tiếng anh, được chế bản bằng latex, đẹp. Nội dung của Luận án được viết thành 03 bài báo công bố trên các tạp chí thuộc danh mục WoS trong đó có 02 bài đăng trên tạp chí thuộc danh mục SCIE (Q1- Scimago) và 01 bài đăng trên tạp chí thuộc danh mục SCIE (Q2- Scimago). Điều này khẳng định chất lượng và độ tin cậy của nội dung luận án. Tuy nhiên luận án cần có chỉnh sửa một số lỗi nhỏ sau.

1. Thống nhất cách viết trích dẫn trong toàn bộ luận án. Ví dụ trích dẫn tại Lemma 1.2.25, Proposition 3.3.1 khác với những nơi khác trong luận án;
2. Công thức (1.29), (1.30) cần thay $\mu(\cdot)$ bởi $b(\cdot)$ cho thống nhất để người đọc dễ theo dõi.
3. Các chứng minh ngay sau phát biểu Mệnh đề, Định lý thì không cần gọi lại tên Mệnh đề, Định lý.

4. Các tài liệu tham khảo [58], [69] nay không còn là tiền án phẩm mà đã được công bố trên tạp chí nên cần được chỉnh sửa cập nhật lại.
5. Một số lỗi chế bản cần sửa kiểm tra một số lỗi chính tả tại (d.5, d.8-tr1, d.20-tr.2; d.2-4 tr27, v.v.);
Các lỗi chỉ ra ở trên không khó để khắc phục.

8. Kết luận

Với kết quả đạt được của luận án người viết nhận xét cho rằng luận án đáp ứng yêu cầu một luận án tiến sĩ ngành: Lý thuyết xác suất và thống kê toán học, mã số: 9460112.02. Bản tóm tắt của luận án phản ánh trung thành nội dung luận án. Người nhận xét kính đề nghị Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội cho phép nghiên cứu sinh Kiều Trung Thủy bảo vệ luận án của mình trước hội đồng chấm luận án cấp trường để nhận học vị Tiến sĩ.

Nghệ An, ngày 25 tháng 09 năm 2025

NGƯỜI NHẬN XÉT



PGS. TS. Nguyễn Thanh Diệu